Relazione fra grandezze dosimetriche

Adolfo Esposito
Radiation Protection Expert
adolfo.esposito@lnf.infn.it

Esposizione

$$X = \frac{dQ}{dm}$$

dQ è il valore assoluto della carica totale degli ioni di un solo segno prodotti in aria quando tutti gli e^- e e^+ liberati dai fotoni nell'elemento di volume di massa *dm* sono completamente fermati in aria.

In condizione di equilibrio di particella cariche, l'energia ceduta, nel caso di fotoni monocromatici, all'unità di massa di aria è:

$$\Psi \cdot (\frac{\mu_{en}}{\rho})_a$$

dove Ψ è la fluenza di energia e $(\mu_{en}/\rho)_a$ il coeff. di assorbimento di energia massico dell'aria.

Il numero di coppie di ioni prodotte, se $\overline{W}_a$ è l'energia necessaria in media per produrre una coppia, è:

$$\Psi \cdot (\frac{\mu_{en}}{\rho})_a \frac{1}{\overline{W}_a}$$

$$X = \Psi \cdot (\frac{\mu_{en}}{\rho})_a \frac{e}{\overline{W}_a}$$

Calcolo della dose assorbita

Si consideri il caso in cui l'energia sia depositata, nel mezzo irradiato, da particelle di un solo tipo. Il numero di processi elementari per unità di massa sia *dN/dm* e per ciascun processo il valore medio sia $\Delta\bar{\varepsilon}$; il valore della dose assorbita è pertanto:

$$D = \frac{dN}{dm}\Delta\bar{\varepsilon}$$

In una singola interazione, l'energia impartita è:

$$\Delta\varepsilon = E_b - \sum E_a + Q$$

E_b e (ΣE_a) è l'energia cinetica delle particelle ionizzanti prima (e dopo) l'interazione

$$\Phi_E \frac{\mu(E)}{\rho}$$

$$D = \int \Phi_E \frac{\mu}{\rho}(E)\Delta\bar{\epsilon}(E)\,dE$$

Il calcolo della dose richiede pertanto la conoscenza del campo di radiazione presente nel punto di interesse e delle sezioni d'urto relative a tutte le interazioni e delle particelle risultanti da tutti i processi.

Nel caso si avessero depositi di energia dovuti contemporaneamente a piu' di un tipo di particelle allora si avra'una somma di integrali

$$D = \sum_j \int \Phi_{E_j} \frac{\mu_j}{\rho}(E)\Delta\bar{\epsilon}_j(E)\,dE$$

Φ_{E_j} e' la fluenza differenziale di particelle ionizzanti sia cariche che neutre

Il contributo alla dose assorbita dovuta all’interazione delle particelle neutre puo’ essere trascurato rispetto a quelle cariche in quanto il numero delle interazioni stesso e’ trascurabile e allora potremmo utilizzare il solo potere frenante massico

$$D=\sum_j \int \Phi_{E_j} \left(\frac{S}{\rho}\right)_{col,\,j}(E)\, k_{col,\,j}(E)\, dE$$

$\left(\frac{S}{\rho}\right)_{col,\,j}$ e’ il potere frenante massico per collisione del mezzo per le particelle di tipo j e $k_{col,\,j}$ e’ la frazione di energia cinetica persa da una particella carica in una collisione atomica che non riappare come energia cinetica di particelle ionizzanti

Entrambe le formule generali mostrate sono di difficile uso perche’ valgono anche in condizioni di non equilibrio di radiazione.

In caso di equilibrio delle particelle cariche la dose assorbita puo' essere calcolata indipendentemente dalla conoscenza della fluenza di particelle cariche nel punto di interesse.

Irraggiamento con particelle *indirettamente ionizzanti*, se sono verificate le condizioni di equilibrio di *particelle cariche*, l'equazione precedente si semplifica:

$$\boxed{D = \int \Psi_E \frac{\mu_{en}(E)}{\rho} dE}$$

Dove Ψ_E è la fluenza d'energia differenziale e $\frac{\mu_{en}}{\rho}$ il coefficiente di assorbimento di energia massico del mezzo per tali radiazioni. Nel caso di più tipi di particelle indirettamente ionizzanti nell'integrale si ha la sommatoria.

Nel caso di un mezzo materiale omogeneo irradiato con *particelle cariche* ed in condizioni di *equilibrio di raggi δ*, l'equazione precedente si semplifica in:

$$\boxed{D = \int \Phi_E (S/\rho)_{coll} dE}$$

Dove Φ_E è la fluenza differenziale di particelle cariche primarie e $(S/r)_{col}$ è il potere frenante massico per collisone. Si è supposto di trascurare la frazione di energia cinetica persa in collisioni atomiche che riappare sotto forma di raggi X caratteristici o in radiazione di frenamento (verificato a basse energie e nei materiali a basso numero atomico)

Dose assorbita ed esposizione

$$D_a = \Psi \left(\frac{\mu}{\rho}\right)_a$$

$$D_a = \frac{\overline{W}_a}{e} X$$

$$X = \Psi \cdot \left(\frac{\mu_{en}}{\rho}\right)_a \frac{e}{\overline{W}_a}$$

Da una misura dell'esposizione in aria si puo' calcolare il valore della dosa assorbita dall'aria in aria in aria

Nel caso si volesse risalire alla dose nel mezzo m allora si avrebbe

$$D_m = \frac{(\mu_{en}/\rho)_m}{(\mu_{en}/\rho)_a} D_a = \frac{\overline{W}_a}{e} \frac{(\mu_{en}/\rho)_m}{(\mu_{en}/\rho)_a} X$$

Nel caso il campo di radiazioni fosse costituito da fotoni di energia non superiori a 3 MeV , tenuto conto che la sola interazione significativa nei materiali leggeri , d'interesse in dosimetria, e' il Compton, allora i coefficienti di assorbimento massici possono essere sostituiti dai valri medi di Z/A che sono proporzionali al numero di elettroni per grammo del mezzo

$$D_m = \frac{\overline{W}_a}{e} \frac{\overline{(Z/A)}_m}{\overline{(Z/A)}_a} X$$

Dove

$$\overline{(Z/A)} = \sum_i f_i \left(\frac{Z}{A}\right) i$$

Dove f_i e' la frazione in peso dell'i-esimo elemento

Nei materiali leggeri (acqua o muscolo) il rapporto tra la dose assorbita e l'esposizione è costante in un ampio intervallo di energia.

Dose assorbita , Esposizione e kerma

Dalla definizione di kerma, del coefficiente di trasferimento massico e di fluenza di energia

$$K_a=\Psi\left(\frac{\mu_{tr}}{\rho}\right)_a$$

$$K_a=\frac{\overline{W}_a}{e}\frac{(\mu_{tr}/\rho)_a}{(\mu_{en}/\rho)_a}X=\frac{\overline{W}_a}{e(1-g)}X$$

$$X=\Psi\cdot\left(\frac{\mu_{en}}{\rho}\right)_a\frac{e}{\overline{W}_a}$$

$$\mu_{en}/\rho=\mu_{tr}/\rho(1-g)$$

Il *kerma* ha proprietà più generali dell'esposizione. È utilizzabile con qualsiasi tipo di radiazione indirettamente ionizzante, in qualsiasi materiale ed è determinabile tramite vari metodi di misura.

L'*esposizione* è invece definita soltanto nel caso di fotoni, per l'aria e per la sua misura si può fare ricorso solo a processi di ionizzazione.

Non esiste una semplice relazione fra kerma e dose assorbita. In condizione di equilibrio delle *particelle cariche* e supponendo di trascurare le perdite di energia per irraggiamento:

$$D = \frac{d\bar{\varepsilon}_{tr}}{dm} = K$$

L'energia media impartita $d\bar{\epsilon}$ a un elemento di volume e' descritta dalla

$$d\bar{\epsilon} = (dR_{in})_c - (dR_{out})_c + (dR_{in})_n - (dR_{out})_n + dQ$$

Dove entrano in gioco le energie radianti entranti e uscenti dovute alle particelle cariche e a quelle neutre

In condizioni di equilibrio delle particelle cariche si avra'

$$d\bar{\epsilon} = (dR_{in})_n - (dR_{out})_n + dQ = d\bar{\epsilon}_{tr}$$

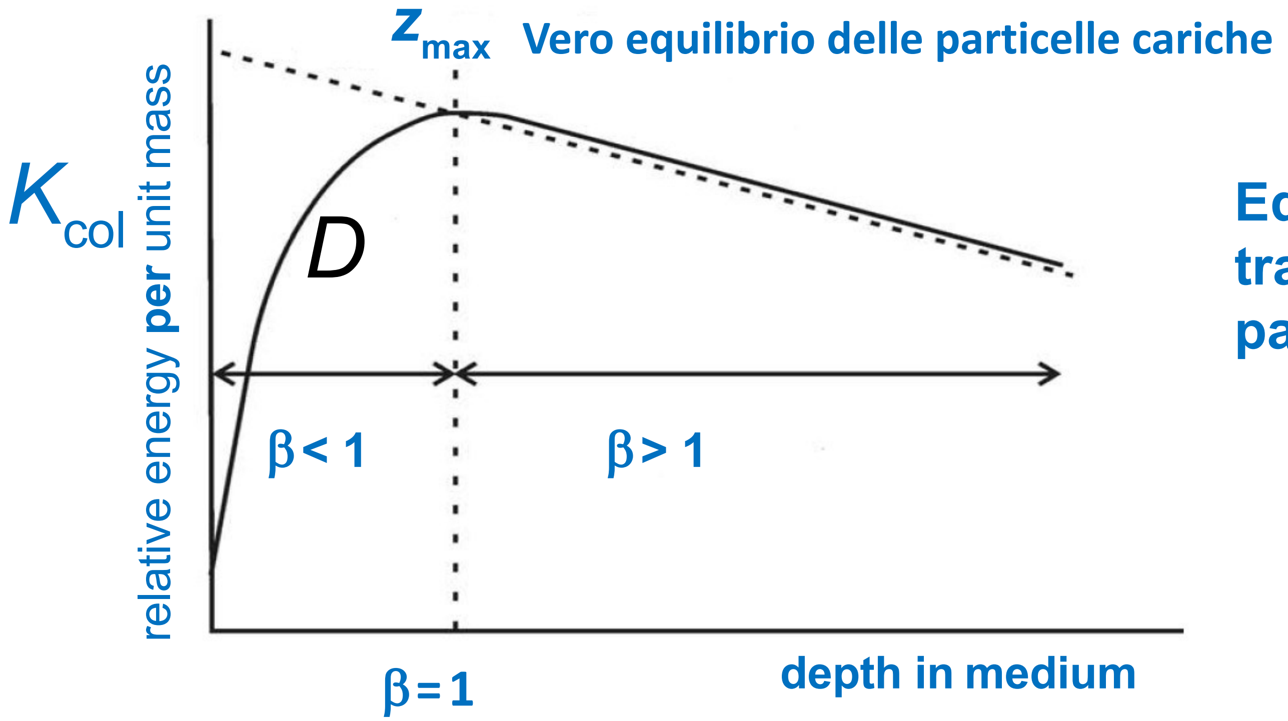
Che e' esattamente l'energia trasferita al mezzo sotto forma di energa cinetica delle particelle cariche secondarie prodotte dai primari

Il processo di trasferimento di energia al mezzo da parte di particelle indirettamente ionizzanti avviene in due fasi successive. Nella prima la radiazione primaria mette in moto i secondari carichi. Nella seconda questi depositano l'energia nel mezzo attraverso le collisioni. La dose assorbita tiene conto dell'effetto finale del processo.

Poiche' fotoni tendono ad uscire dal volume di interesse allora si mette in la dose assorbita in relazione al kerma di collisione

Poiche' gli elettroni secondari messi in moto dai fotoni hanno un range non zero, l'energia potrebbe essere trasportata al di la' del volume di interesse allora

$$\beta = \frac{D}{K_{col}} = \Psi \frac{\mu_{en}}{\rho}$$

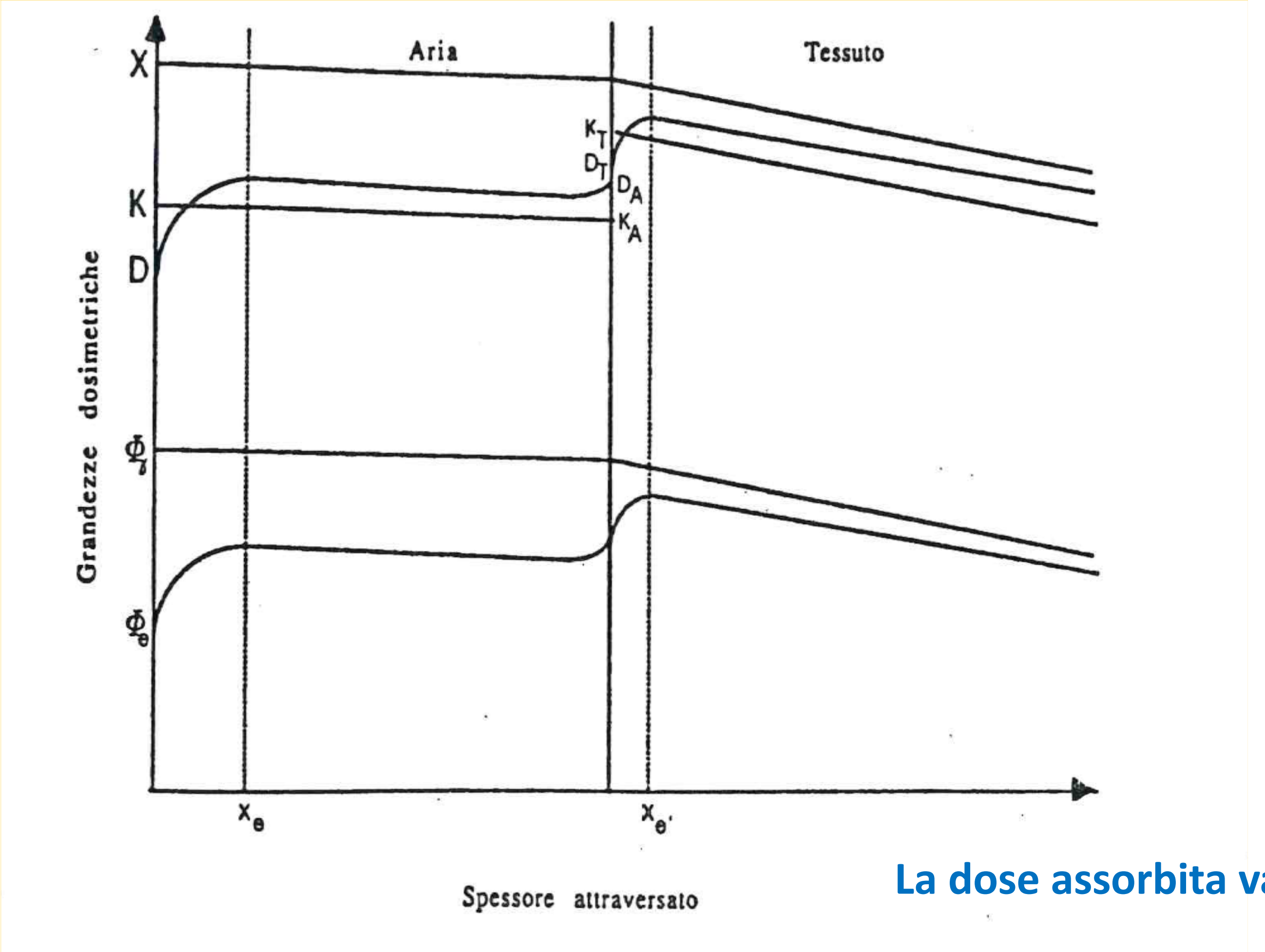


Equilibrio transiente delle particelle cariche

Regione di build up

Comportamento grandezze dosimetriche si comportano nell'interfaccia fra materiali.

Caso specifico si consideri un fascio di fotoni di qualche MeV



Φ_γ decrescita esponenziale per assorbimento in entrambi i mezzi, maggiore nel tessuto rispetto all'aria

X che e' direttamente proporzionale alla fluenza dei fotoni primari decresce esponenzialmente. Non ha senso di parlare di esposizione nel tessuto ma e' solo di riferirsi all'esposizione corrispondente in aria alla fluenza dei fotoni presenti nei vari punti del mezzo

Il kerma In aria e' proporzionale all'esposizione
Il kerma nel tessuto e' proporzionale all'esposizione.
Nell'interfaccia cresce in maniera rapida per via del coefficiente di trasferimento massico maggiore nel tessuto

La dose assorbita varia nei due mezzi come la fluenza degli elettroni secondari

La fluenza degli elettroni secondari Φ_e nell'aria aumenta fino a quando non si raggiungono le condizioni di equilibrio delle particelle cariche in X_e. Poi decresce a causa dell'attenuazione dei primari e risale vicino all'interfaccia a causa della retrodiffusione. Alla profondita' $X_{e'}$ si ristabiliscono le condizioni di equilibrio. Da qui inizia una nuova decrescita

Vediamo ora come si procede alla misura della dose assorbita in un punto di un mezzo irradiato.

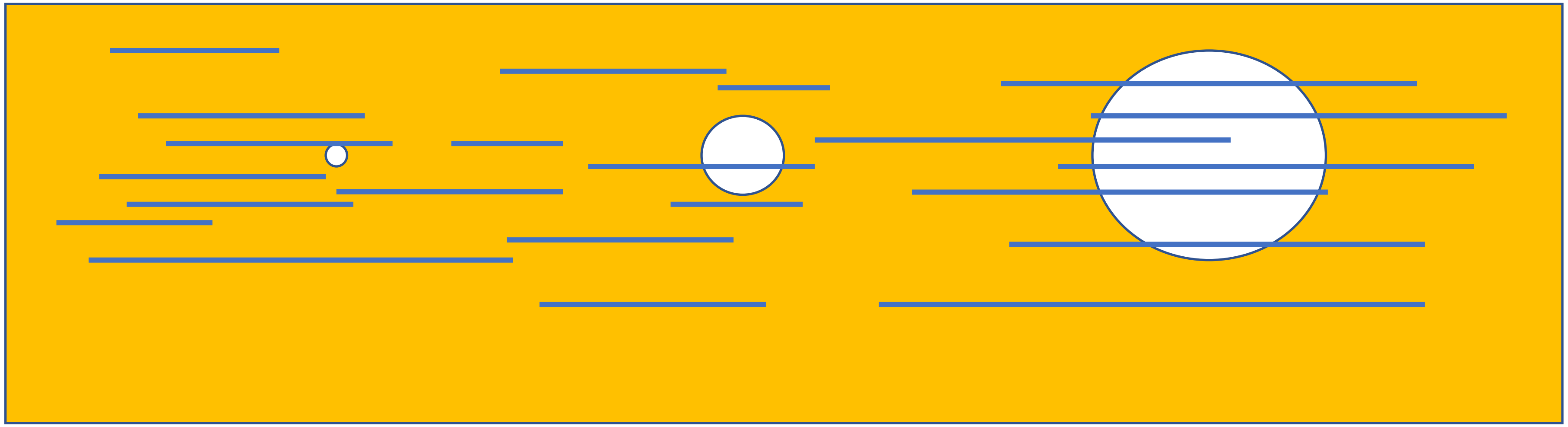
Per effettuare la misura dobbiamo immaginare di praticare una cavita' intorno al punto di interesse e introdurre un materiale sensibile alla dose (g). Se il materiale è dello stesso tipo del mezzo irradiato m la procedura eseguita non perturba il campo preesistente e il valore della dose assorbita sarebbe lo stesso di quello senza introdurre la cavita'.

Di solito mezzo e cavita' sono diversi per cui l'energia assorbita nei due mezzi è diversa e pertanto $D_m = f\, D_g$

Resta il problema di determinare il valore del coefficiente f **.**

L'obbiettivo della determinazione di f **è lo scopo principale della teoria della cavita'.**

Le cavita’ vengono definite piccole, intermedie, grandi in riferimento al range dei secondari carichi prodotti dai fotoni nel materiale di cui la cavita’ e’ costituita



Il caso della piccola cavita’ e’ di grande interesse nella dosimetria

Per calcolare la dose al mezzo dalla dose nella cavita’ sono state sviluppate diverse teorie strettamente connesse col le dimensioni della cavita’

Piccola cavita’ teoria di Bragg–Gray
Spencer–Attix

Cavita’ intermedia teoria di Burlin

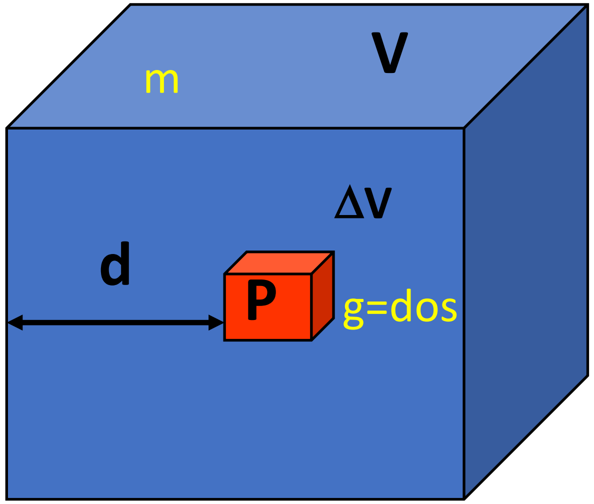
Facciamo l'ipotesi di praticare una cavità piccola. È chiaro che più piccola è la cavità minore è il campo di perturbazione del campo di radiazione. Va pero' quantificato il concetto di cavità piccola.

Una cavità è piccola se:

le dimensioni della cavità sono piccole rispetto al percorso dei secondari carichi messi in moto nel mezzo. In tal modo i secondari perdono solo una piccola frazione della loro energia nell'attraversarla;

le dimensioni della cavità sono piccole rispetto al libero cammino medio della radiazione primaria. In tal modo si possono trascurare le interazioni dei primari nella cavità.

Si fa l'ipotesi di avere un fascio di fotoni monocromatici ma le conclusion avranno validita' generale.



Nell'ipotesi di una fluenza differenziale uniforme $\Phi_{E,m}$ dei secondari prodotti nel mezzo m dai fotoni e nell'ipotesi del rallentamento continuo degli elettroni e di una cavita' che non perturbi il fasci allora la dose assorbita nel punto P del mezzo m sara'

$$D_m = \int \Phi_{E,m} \left(\frac{S}{\rho}\right)_{\text{col,m}} dE$$

$$D_g = \int \Phi_{E,g} \left(\frac{S}{\rho}\right)_{\text{col,g}} dE$$

Il rapporto fra le due dosi sara'

$$\frac{D_m}{D_g} = \frac{\int \Phi_{E,m} \left(\frac{S}{\rho}\right)_{\mathrm{col},m} dE}{\int \Phi_{E,g} \left(\frac{S}{\rho}\right)_{\mathrm{col},g} dE}$$

Dividendo numeratore e denominatore per $\Phi_{E,m}$dE si avra'

$$\frac{D_m}{D_g} = \frac{\dfrac{\int \Phi_{E,m} \left(\frac{S}{\rho}\right)_{\mathrm{col},m} dE}{\int \Phi_{E,m} dE}}{\dfrac{\int \Phi_{E,g} \left(\frac{S}{\rho}\right)_{\mathrm{col},g} dE}{\int \Phi_{E,m} dE}}$$

$\Phi_{E,m}$ è la fluenza differenziale dei secondari nel punto di interesse.

$(S/\rho)_{\mathrm{col},m}$ è il potere frenante massico per collisione nel mezzo

$(S/\rho)_{\mathrm{col},g}$ è il potere frenante massico per collisione nella cavita'

La dose assorbita altro non è che il prodotto fra la fluenza di energia per il potere frenante massico

Ottenendo i valori del potere frenante massico medio mediati sullo spettro dei secondari carichi del mezzo e della cavita'

$$\frac{D_m}{D_g} = \frac{\overline{\left(\frac{S}{\rho}\right)}_{\mathrm{col},m}}{\overline{\left(\frac{S}{\rho}\right)}_{\mathrm{col},g}} = S_g^m$$

Relazione di Bragg-Gray

La costante S_g^m rappresenta quindi il rapporto fra i valori medi dei poteri frenanti massici per collisione nei due mezzi m e g. La media come abbiamo visto e' stata effettuata sullo spettro di rallentamento dei secondari carichi.

Trattasi del valore utilizzato per il fattore f che mette in relazione la dose nel mezzo e quella nel dosimetro.

La relazione di Bragg-Gray e' valida per tutti i tipi di radiazioni ionizzanti e qualunque sia il mezzo considerato.

La necessita' tuttavia di realizzare cavita' piccole cioe' piccole rispetto al percorso dei secondari carichi messi in moto dalla radiazione primaria ne ha limitato l'uso ai soli fotoni e a cavita' riempite con mezzi gassosi.

Gli elettroni o i protoni in un liquido per esempio hanno dei percorsi troppo brevi per poter utilizzare la relazione in parola.

La situazione cambia quando le dimensioni della cavità diventano *grandi* molto grandi rispetto al percorso dei secondari carichi.

La dose assorbita in tal caso dipende quasi esclusivamente dalle interazioni dei fotoni nella cavità stessa.

Dipende pertanto dal coefficiente di assorbimento di energia massico μ_{en}/ρ del materiale che riempie la cavità.

D'altra parte la dose assorbita nel mezzo viene determinata a partire dal relativo coefficiente di assorbimento di energia massico.

Il fattore f che cercavamo e'

$$f = \frac{\left(\frac{\mu_{en}}{\rho}\right)_g}{\left(\frac{\mu_{en}}{\rho}\right)_m} = \mu_m^g$$

Caso della cavita' grande

Se invece le dimensioni della cavità sono confrontabili con il percorso degli elettroni secondari, la dose assorbita nel materiale del dosimetro è causata sia dagli elettroni prodotti nel mezzo circostante e sia nel dosimetro stesso.

Quando le dimensioni della cavità sono confrontabili con il percorso degli elettroni secondari, la dose assorbita nel materiale del dosimetro è causata sia dagli elettroni prodotti nel mezzo circostante e sia nel dosimetro stesso. Si puo' dimostrare che vale

$$f = dS_m^g + (1 - d)\,\mu_m^g$$

$$d = \frac{1 - e^{-\beta l}}{\beta l}$$

Dove β è il coefficiente di attenuazione efficace per gli elettroni e l il percorso medio nella cavità

E’ del tutto evidente che l’applcazione di queste formule richiede molti calcoli e la realizzazione di cavita’ ad hoc e non sempre e’ facile.

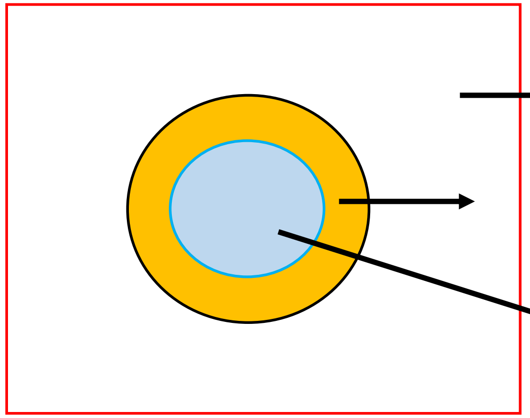
Una grande semplificazione puo’ essere introdotta nel caso che il mezzo m e la cavita’ g abbiano la stessa composizione chimica. La dose nel mezzo *m* e quella nel *dos*imetro (cavita’) coincidono.

Analoga semplificazione si ottiene nel caso di mezzi hanno eguali coefficienti di interazione (ossia stesso potere frenante massico e coefficiente di assorbimento di energia massico). In tal caso i mezzi si definiscono equivalenti e la cavita’ omogenea

Ma non e’ facile trovare materiali equivalenti come sopra indicato tenuto conto che i vari coefficient sono fortemente dipendenti da Z. Quello che si fa specialmente nel caso delle interazioni dei fotoni fare riferimento a uno $Z_{eff.}$

E poi il dosimetro potrebbe avere delle pareti che sono diverse sia dal *m* che da *g*

Più in generale il dosimetro può avere pareti di spessore t_W di natura W diversa dal dosimetro e dal mezzo circostante.



Quadro riassuntivo dei valori di f in funzione delle dimensioni della cavità t_g, delle pareti di spessore t_W e del percorso dei secondari carichi R.

	$t_W \ll R$	$t_W \gg R$
$t_g \ll R$	S_g^m	$\mu_m^w \, S_g^w$
$t_g \approx R$	$dS_m^g + (1-d)\,\mu_m^g$	$\mu_m^w[dS_m^W + (1-d)\,\mu_m^W]$
$t_g \gg R$	μ_m^g	μ_m^g